CdL Professioni Sanitarie
A.A. 2012/2013

<u>Unità 3 (4 ore)</u>

- Statica del Corpo Rigido
  - Momento di una forza
  - Condizione di equilibrio statico: leve
  - Baricentro
  - Applicazione: equilibrio del corpo umano
- Dinamica del Punto Materiale
  - Velocità e moto uniforme
  - Accelerazione e moto uniformemente accelerato
  - II Principio della Meccanica

CdL Professioni Sanitarie
A.A. 2012/2013

Statica del Corpo Rigido

La statica studia le condizioni di equilibrio dei corpi. In Medicina la statica consente di spiegare come la forze agiscono sulle articolazioni e sulla struttura scheletrica.

Configurazione di equilibrio: se il sistema vi si trova inizialmente in quiete, vi rimane indefinitamente (equilibrio stabile ed instabile).

Il I Principio della Meccanica è una condizione necessaria perché un corpo *puntiforme* rimanga in equilibrio. Non è tuttavia sufficiente per un corpo esteso.

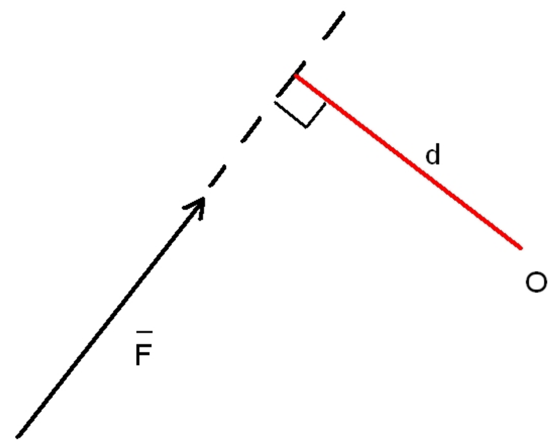
Una forza può far ruotare un corpo esteso intorno ad un punto.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.1

Momento di una forza

La tendenza di una forza a causare rotazione si misura introducendo una nuova grandezza fisica misurabile:

il **momento τ di una forza** $\vec{F}$ *rispetto ad un punto O è uguale all'intensità della forza F moltiplicata per la distanza d della retta di applicazione della forza dal punto.*



$$\tau = Fd$$

Il momento è una grandezza derivata. La sua unità di misura è il **Newton · metro (N·m)**.

Per convenzione, il segno di τ è *positivo se* $\vec{F}$ *tende a produrre una rotazione in senso antiorario*, mentre è *negativo se* $\vec{F}$ *tende a produrre una rotazione in senso orario*.

- **NB1**: il momento dipende dal punto O rispetto a cui è calcolato. La scelta del punto è arbitraria.
- **NB2**: la distanza d si ottiene tracciando la perpendicolare dal punto O alla retta di applicazione (direzione) della forza
- **NB3**: il momento di una forza rispetto al suo punto di applicazione è sempre nullo, perché la distanza d è nulla.

La distanza d viene anche detta *braccio d'azione* (o semplicemente *braccio*) della forza $\vec{F}$.

Esercizio: calcolare il momento di un peso nella mano rispetto a polso, gomito e spalla a braccio disteso.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.4

Momento rispetto al punto O (spalla):

$$d = 28\,cm + 23\,cm + 7\,cm = 58\,cm = 0.58\,m$$
$$\tau = Fd = (20\,N)(0.58\,m) = 11.6\,Nm$$

Momento rispetto al punto O$^{'}$ (gomito):

$$d^{'} = 23\,cm + 7\,cm = 30\,cm = 0.3\,m$$
$$\tau^{'} = Fd^{'} = (20\,N)(0.3\,m) = 6\,Nm$$

Momento rispetto al punto O$^{''}$ (polso):

$$d^{''} = 7\,cm = 0.07\,m$$
$$\tau^{''} = Fd^{''} = (20\,N)(0.07\,m) = 1.4\,Nm$$

Se la forza non è perpendicolare alla direzione del corpo su cui agisce, il braccio non è uguale alla lunghezza l del corpo ma a $l \sin\theta$, dove θ è l'angolo tra la direzione della forza e quella del corpo.

NB: Il momento è massimo quando la forza è perpendicolare al corpo, mentre è nulla quando è parallela al corpo.

Si consideri il seguente esempio.

Esercizio: calcolare il momento del peso nelle 4 posizioni in figura.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.44

$l = 40\,cm = 0.4\,m$

$d_1 = l \sin\theta_1 = (0.4\,m) \sin 30^0 = (0.4\,m)0.5 = 0.2\,m$

$\tau_1 = W d_1 = (100\,N)(0.2\,m) = 20\,Nm$

Calcolare il momento per le altre 3 posizioni.

Condizioni di equilibrio statico

Condizione di equilibrio rotazionale:

affinchè un corpo sia in equilibrio rotazionale (non ruoti) è necessario che la somma dei momenti prodotti da tutte le forze applicate sul corpo sia zero.

corpo in equilibrio rotazionale $\rightarrow \tau_1 + \tau_2 + ... = 0$

Condizione di equilibrio statico:

affinchè un corpo (esteso) sia in equilibrio statico (non si muova e non ruoti) è necessario che la somma delle forze e dei momenti (rispetto ad un qualsiasi punto) prodotti da tutte le forze applicate sia zero.

corpo in equilibrio statico $\rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... = 0$ **e** $\tau_1 + \tau_2 + ... = 0$

Leva: è costituita da un qualunque corpo rigido, di forma allungata, con un asse fisso (può ruotare solamente intorno a tale asse). Per studiare l'equilibrio di una leva, si applica la condizione di equilibrio statico.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.2

L'altalena è in equilibrio rotazionale:

$\tau_1 = F_1 d_1 =$ (300 N) (2 m) = 600 Nm
$\tau_2 = -F_2 d_2 =$ -(200 N) (3 m) = -600 Nm

$\tau_1 + \tau_2 = 0$

Applicazione: leve meccaniche ed articolazioni

[*Questo argomento non fa parte del programa per il Corso di Laurea in Tecniche di Radiologia*]

Il punto fisso O di una leva viene detto *fulcro*. Sulla leva usualmente agiscono due forze che tendono a causare momenti opposti, la *forza motrice* $\vec{F}_m$ e la *forza resistente* $\vec{F}_r$.

Le ossa del corpo umano rappresentano dal punto di vista fisico delle leve in cui il fulcro è l'articolazione, la forza motrice è la forza muscolare e la forza resistente il peso di parti del corpo od altri oggetti che devono venire sollevati o spostati.

Classificazione delle leve (Figura 2.16, Monaco-Sacchi-Solano)

- Leve di *primo genere*: F_m e F_r sono applicate alle estremità della leva. L'articolazione del cranio, che ha il fulcro nel foro occipitale, ne è un esempio. La forza motrice è esercitata dai muscoli spleni, mentre quella resistente dal peso della testa.

- Leve di *secondo genere*: F_m è applicata ad una estremità, mentre nell'altra si trova il fulcro. F_r è applicata in un qualche punto intermedio. L'articolazione della caviglia a tallone sollevato ne è un esempio. Il fulcro sono le dita del piede, la forza motrice è quella del polpaccio, mentre quella resistente è il peso del corpo.

- Leve di *terzo genere*: F_r è applicata ad una estremità, mentre nell'altra si trova il fulcro. F_m è applicata in un qualche punto intermedio. Gli arti del corpo umano sono prevalentemente leve di questo tipo. Nel caso dell'avambraccio, il fulcro è il gomito, F_m è la forza del muscolo bicipite e F_r il peso dell'avambraccio più quello di eventuali oggetti sostenuti dalla mano.

In una leva il I principio è usualmente soddisfatto perché la forza di superficie esercitata dal fulcro $\vec{F}_s$ equilibria $\vec{F}_m + \vec{F}_r$ e quindi $\vec{F}_s = -(\vec{F}_m + \vec{F}_r)$ (la leva non trasla). La rotazione della leva è regolata dalla condizione di equilibrio rotazionale (Figura 2.15, Monaco-Sacchi-Solano).

Considerando come punto O il fulcro e assumendo che b_m e b_r rappresentino rispettivamente le distanze tra fulcro e punto di contatto della forza motrice e della forza resistente, la condizione di equilibrio rotazionale diventa (Figura 2.15, Monaco-Sacchi-Solano; la figura assume $\theta_m = \theta_r = 90^0$, mentre l'espressione che segue ha validità generale):

$$\begin{aligned}
&\tau_r + \tau_m = 0 \\
&F_r d_r - F_m d_m = 0 \qquad\qquad d_r = b_r \sin\theta_r, d_m = b_m \sin\theta_m \\
&F_r b_r \sin\theta_r - F_m b_m \sin\theta_m = 0 \\
&F_r b_r \sin\theta_r = F_m b_m \sin\theta_m \\
&F_r b_r = F_m b_m \qquad\qquad \text{se } \sin\theta_\mathrm{m} = \sin\theta_\mathrm{r} \text{ o } \theta_\mathrm{m} = \theta_\mathrm{r} = 90^0
\end{aligned}$$

Il rapporto $G = F_r/F_m$ viene detto *guadagno meccanico* della leva. Dall'equazione precedente si vede che $G = d_m/d_r$, ossia il guadagno meccanico è pari al rapporto dei bracci. A parità di forza motrice e resistente, una leva con guadagno maccanico $G > 1$ consente di esercitare un momento motore pari a quello resistente con $F_m < F_r$. Posso cioè vincere il momento resistente con uno sforzo inferiore a F_r se utilizzo un braccio d_m più lungo di d_r. La leva in questo caso viene detta vantaggiosa. Nel caso opposto in cui $G < 1$ la leva viene invece detta svantaggiosa.

- Le leve di primo genere sono vantaggiose o svantaggiose a seconda della posizione del fulcro rispetto alle estremità.

- Le leve di secondo genere sono sempre vantaggiose perché $d_m > d_r$.

- Le leve di terzo genere sono sempre svantaggiose perché $d_m < d_r$.

Applicazione: esercizio sulle leve

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.33

L'avambraccio nella figura 3.33 è tenuto a 90^0 con il braccio, mentre la mano sostiene un peso di 60 N. Si trascuri il peso dell'avambraccio. (a) Qual è il momento rispetto al gomito (punto O) prodotto dal peso di 60 N? (b) Qual è il momento rispetto ad O prodotto dalla forza $\vec{F}_m$ che il bicipite esercita sull'avambraccio? (c) Determinare l'intensità di $\vec{F}_m$ (esercizio 1, pag. 56, Cromer).

$F_g = 60$ N, $l_g = 32$ cm, $\theta_g = 90^0$
$F_m =?$, $l_m = 4$ cm, $\theta_m = 90^0$

(a) $\tau_g = -F_g l_g \sin\theta_g = -(60\,N)(0.32\,m) = -19.2\,N\cdot m$
(b) $\tau_g + \tau_m = 0 \rightarrow \tau_m = -\tau_g = 19.2\,N\cdot m$
(c) $\tau_m = F_m l_m \sin\theta_m = F_m(0.04\,m)$
$F_m = \tau_m/(0.04\,m) = (19.2\,N\cdot m)/(0.04\,m) = 480\,N$

Baricentro (centro di massa)

Il calcolo del momento della forza di gravità su un corpo esteso è più complesso perché essa agisce in modo distribuito e non uniforme sulle varie parti del corpo. Il calcolo è semplificato introducendo il concetto di baricentro del corpo.

Esempio: calcolo del momento di un trave orizzontale di massa 10 kg e lunghezza 1 m sospesa per una estremità.

1) Divido la trave in tanti segmenti di 1 cm di lunghezza e per ciascuno di essi calcolo il momento. Poi sommo tutti i momenti.

$$
\begin{aligned}
&\tau_{1,g} = F_{1,g} d_1 = (1\,N) \cdot (0.005\,m) = 0.005\,Nm \\
&\tau_{2,g} = F_{2,g} d_2 = (1\,N) \cdot (0.015\,m) = 0.015\,Nm \\
&... \\
&\tau_g = \tau_{1,g} + \tau_{2,g} + ...
\end{aligned}
$$

2) Trovo un punto in cui posso pensare concentrato tutto il peso F_g e calcolo $\tau_g = F_g d$, dove d è la distanza di tale punto dall'estremità della trave.

Il baricentro di un corpo rigido (esteso) è il punto in cui si deve pensare applicata la forza di gravità quando si vuole calcolare il momento da essa esercitato (momento gravitazionale τ_g).

Se un corpo viene sospeso per un punto qualsiasi, la forza di gravità produce un momento che tende a farlo ruotare. Lasciato libero, il corpo si dispone in modo che il baricentro si trovi lungo la verticale sotto il punto di sospensione. *Se si considerano due punti di spospensione diversi A e B, le verticali condotte per essi si intersecano nel baricentro (cg)*. Si può utilizzare questa proprietà per localizzare la posizione del baricentro per un corpo qualunque.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.10 e 3.11

Se un corpo viene sospeso per il suo baricentro, esso rimane in equilibrio (il baricentro di un corpo è il suo punto di equilibrio). Infatti, la retta d'azione della forza di gravità passa per il baricentro e quindi esercita momento nullo rispetto al baricentro (il braccio della forza è nullo).

Il baricentro è un punto fisso rispetto al corpo, ma non è necessariamente un punto del corpo.

Equilibrio di un corpo (rigido) esteso

Se la forza di contatto $\vec{F}_c$ tra il corpo e la superficie su cui è appoggiato e la forza di gravità $\vec{F}_g$ sono le sole forze agenti, **il corpo è in equilibrio se e solo se il baricentro si trova sulla superficie di appoggio** (somma forze e momenti uguale a zero). Non appena il baricentro cade fuori di tale superficie, il momento totale delle forze agenti è diverso da zero (il corpo comincia a ruotare e cade). Infatti, come mostra l'esempio in Figura, il punto di applicazione di $\vec{F}_c$ non può trovarsi oltre lo spigolo del tavolo.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.14 e 3.15. Questa figura si trova anche nel Monaco-Sacchi-Solano.

Applicazione: equilibrio del corpo umano

La specificità del corpo umano sta nel fatto che esso è flessibile e può assumere forme complesse. Di conseguenza *la posizione del baricentro varia al variare della forma assunta dal corpo*.

- **In posizione eretta la superficie di appoggio è l'area delimitata dalla posizione dei piedi**.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.16

Questa figura si trova anche nel Monaco-Sacchi-Solano.

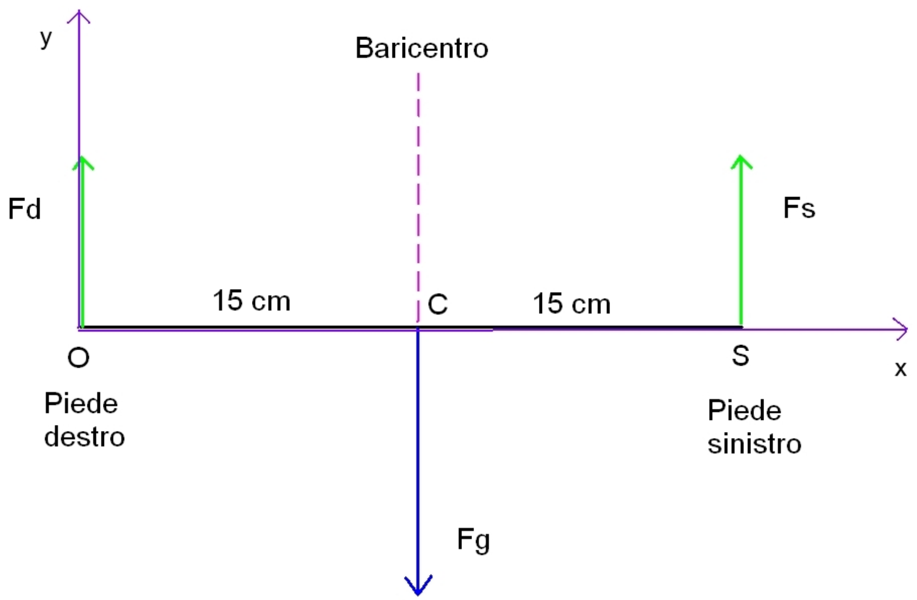
In posizione eretta, il baricentro del corpo umano sta normalmente sulla verticale a 3 cm davanti all'articolazione della caviglia. Se una persona si china senza piegare le ginocchia, le gambe e le natiche si spostano all'indietro in modo che il baricentro continui a cadere sulla superficie di appoggio.

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 3.17

- *Per una persona che cammina*, il baricentro deve spostarsi completamente sopra l'area delimitata dal piede che tocca terra $\rightarrow$ l'intero corpo si sposta di lato, ondeggiando durante il cammino.

- La posizione di equilibrio ha una buona stabilità se il baricentro è situato in basso e sopra una grande area di appoggio (quadrupedi). Nel corso dell'evoluzione gli ominidi hanno assunto una posizione via via meno stabile, ma in grado di consentire maggiore agilità e, soprattutto, di liberare due arti per altri usi. Il controllo neuro-muscolare (di bilanciamento dei momenti) è però molto più complesso (un bimbo impiega circa un anno prima di essere in grado di reggersi in piedi).

Esercizio (esempio 1, pag. 51, Cromer): quali forze $\vec{F}_d$ e $\vec{F}_s$ il suolo esercita sui piedi destro e sinistro di un uomo in posizione eretta del peso di $F_g = 800\,N$ (il suo baricentro giace sulla verticale passante per il punto medio tra i due piedi distanti 30 cm tra loro)? Suggerimento: si assuma che le forze $\vec{F}_d$ e $\vec{F}_s$ abbiano la stessa direzione, ma verso opposto a $\vec{F}_g$.



$F_g = 800\,N$, $\alpha_g = -90^0$ $\quad$ $F_s =?$, $\alpha_s = 90^0$ $\quad$ $F_d =?$, $\alpha_d = 90^0$

Componenti lungo gli assi:

$$F_{g,x} = F_g \cos\alpha_g = 0 \qquad F_{s,x} = F_s \cos\alpha_s = 0 \qquad F_{d,x} = F_d \cos\alpha_d = 0$$
$$F_{g,y} = F_g \sin\alpha_g = -800\,N \qquad F_{s,y} = F_s \sin\alpha_s = F_s \qquad F_{d,y} = F_d \sin\alpha_d = F_d$$

I Principio della Meccanica (attenzione al segno delle componenti):

$$\vec{F}_d + \vec{F}_s + \vec{F}_g = 0$$
$$F_{d,y} + F_{s,y} + F_{g,y} = 0 \rightarrow F_d + F_s = 800\,N$$

Condizione di equilibrio rotazionale (momenti calcolati rispetto al punto di contatto del piede sinistro):

L'angolo tra le forze e l'area di appoggio è 90^0 e quindi i bracci sono dati da: $d_1 = 0, d_2 = 30\,cm = 0.3\,m, d_{cg} = 15\,cm = 0.15\,m$

$$\tau_d + \tau_s + \tau_g = 0 \rightarrow -F_d d_2 + 0 + F_g d_{cg} = 0 \rightarrow F_d = F_g(d_{cg}/d_2) = 400\,N$$

$$F_s = 800\,N - F_d = 400\,N$$

CdL Professioni Sanitarie
A.A. 2012/2013

Dinamica del punto materiale

Supponiamo di trovarci in un sistema di riferimento inerziale. Un corpo si muove in linea retta (moto rettilineo) lungo l'asse x.

Velocità e moto rettilineo uniforme

Misuriamo la posizione di un corpo che si muove lungo l'asse x a diversi istanti di tempo:

$t_1 \quad x_1$
$t_2 \quad x_2$
$t_3 \quad x_3$
...

L'insieme delle posizioni x_i in funzione del tempo fornisce la *legge oraria* del moto. L'insieme delle posizioni x_i da solo viene invece detto *traiettoria* del moto.

Definiamo la **velocità (media)** del corpo nell'intervallo (t_1, t_2) come:

$$v = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

Δx è la distanza che il corpo percorre nel tempo Δt. La *velocità istantanea* è la velocità media in un intervallo di tempo molto (infinitamente) piccolo. La velocità è una grandezza derivata. **Le sue dimensioni sono:** $[v] = [\Delta x/\Delta t] = [l]/[t] =$ **m/s**. Un'altra unità di misura comune è il km/h (1 m/s = 3.6 km/h).

In generale, la velocità è una grandezza vettoriale. Il **moto rettilineo** è un moto lungo una linea retta, in cui la direzione ed il verso della velocità non cambiano nel tempo. Il **moto uniforme** è un moto con velocità (in intensità) costante.

Nota la velocità, si può conoscere la distanza percorsa in un certo intervallo di tempo:

$$\Delta x = v \Delta t$$

Esercizio: calcolare la velocità di un corpo in moto rettilineo uniforme che percorre una distanza $\Delta x = 15\,m$ in un tempo $\Delta t = 2\,s$.

$v = \Delta x/\Delta t = 15\,m/2\,s = 7.5\,m/s$

Esercizio: calcolare la distanza percorsa in un tempo $\Delta t = 1s$ da un'auto in moto rettilineo uniforme con una velocità $v = 120\,km/h$.

$v_m : (120\,km/h) = (1\,m/s) : (3.6\,km/h) \rightarrow v_m = 33.3\,m/s$
$\Delta x = v_m \Delta t = (33.3\,m/s) \cdot 1s = 33.3\,m$

Accelerazione e moto uniformemente accelerato

Un corpo la cui velocità varia nel tempo accelera. L'**accelerazione (media)** di un corpo in un certo intervallo di tempo è definita dall'espressione:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

L'*accelerazione istantanea* è l'accelerazione media in un intervallo di tempo molto (infinitamente) piccolo. L'accelerazione è una grandezza derivata. **Le sue dimensioni sono:** $[a] = [\Delta v/\Delta t] = [v]/[t] = [l]/[t]^2 = \mathbf{m/s^2}$.

In generale, anche l'accelerazione è una grandezza vettoriale. Si definisce **moto uniformemente accelerato** un moto con accelerazione costante (in intensità, direzione e verso). Nel un moto uniformemente accelerato, l'intensità della velocità v e la distanza Δx percorsa nel tempo Δt sono date da:

$$v = v_0 + a \cdot \Delta t \tag{1}$$

$$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2 \,, \tag{2}$$

dove v_0 è la velocità iniziale (all'istante t_0) del corpo, $\Delta t = t - t_0$ e $\Delta x = x - x_0$ (x_0 posizione iniziale).

Cromer, Fisica per Medicina, Farmacia e Biologia: figura 4.19

Esercizio: calcolare l'accelerazione di un corpo in moto uniformemente accelerato la cui velocità varia di $\Delta v = 18\,m/s$ in un tempo $\Delta t = 3\,s$.

$a = \Delta v / \Delta t = (18\,m/s)/3\,s = 6\,m/s^2$

Esercizio: calcolare la velocità e la distanza percorsa dopo un tempo $\Delta t = 4\,s$ da un treno che ha parte da fermo con accelerazione costante di intensità $a = 3\,m/s^2$.

$v_0 = 0$
$v = v_0 + a \cdot \Delta t = (3\,m/s^2) \cdot (4\,s) = 12\,m/s$
$\Delta x = v_0 \cdot \Delta t + (1/2) \cdot a \cdot (\Delta t)^2 = (1/2) \cdot (3\,m/s^2) \cdot (4\,s)^2 = 24\,m$

Moto periodico e circolare uniforme

[*Questo argomento non fa parte del programa per il Corso di Laurea in Tecniche di Radiologia*]

Un corpo che si muovo lungo una traiettoria chiusa tornando in ogni punto con la stessa velocità viene detto **moto periodico**. Se la traiettoria è un cerchio, il moto viene anche detto **circolare**. Il tempo necessario a percorrere l'intera traiettoria viene definito **periodo** T del moto. Le sue dimensioni sono: $[T] =$s.

Se consideriamo un sistema di assi cartesiani ortogonali con origine O nel centro del cerchio e indichiamo con θ l'angolo che il raggio che congiunge la posizione del corpo ad O forma con l'asse x, possiamo rappresentare la posizione del corpo utilizzando gli angoli θ_i in funzione del tempo t_i. Si definisce la **velocità angolare (media)** ω nell'intervallo (t_1, t_2) come:

$$\omega = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

La velocità angolare viene detta anche **pulsazione** ed è una grandezza derivata. **Le sue dimensioni sono:** $[\omega] = [\Delta\omega/\Delta t] = 1/[t] =$ **radianti/s** $= s^{-1}$.

Se la velocità del corpo lungo la traiettoria è costante (in intensità) il moto è uniforme. Quindi un corpo che percorre una traiettoria circolare con velocità (in intensità) costante viene detto **moto circolare uniforme**.

Se R è il raggio della traiettoria, l'intensità della velocità e la pulsazione in questo tipo di moto sono date da:

$$v = 2\pi R/T$$
$$\omega = 2\pi/T = v/R$$

Noti R e T (oppure ω), si può conoscere l'angolo percorso in un certo intervallo di tempo (legge oraria angolare):

$$\Delta\theta = \omega\Delta t$$

Esercizio: una centrifuga di un laboratorio biomedico ruota con un periodo $T = 3 \times 10^{-4}$ s e ha una raggio di $R = 50$ cm. Calcolarne il modulo della velocità e la pulsazione.

$$v = 2\pi R/T = 1.05 \times 10^4 \, m/s$$
$$\omega = v/R = 2.1 \times 10^4 \, s^{-1}$$

Moto sotto l'azione della gravità

Galileo scoprì che (nei pressi della superficie terrestre) **i corpi cadono con accelerazione costante e uguale per tutti**. Quindi **il moto di caduta dei corpi è un moto uniformemente accelerato. L'intensità di tale accelerazione è $g = 9.8$ m/s$^2 \simeq 10$ m/s^2** (in realtà leggermente variabile con la latitudine, l'altezza dal suolo e la natura geologica del terreno).

Esercizio: un corpo è libero di cadere sotto l'azione della forza di gravità. Quali sono la sua velocità e la distanza percorsa dopo 3 s partendo da fermo?

$v_0 = 0$

$v = g \cdot \Delta t = (10 \text{ m/s}^2) \cdot (3\,\text{s}) = 30\,\text{m/s}$

$\Delta x = (1/2) \cdot g \cdot (\Delta t)^2 = (5\,\text{m/s}^2) \cdot (3\,\text{s})^2 = 45\,\text{m}$

II Principio della Meccanica

Il II Principio descrive cosa accade quando una forza risultante non nulla agisce su di un corpo $\rightarrow$ modifica dello stato di moto.

II Principio della Meccanica: *un corpo soggetto ad una forza* $\vec{F}$ *subisce un'accelerazione* $\vec{a}$ *nella direzione di* $\vec{F}$*. Il modulo di* $\vec{a}$ *è*

$$a = \frac{F}{m}$$

dove la costante m *è una proprietà intrinseca del corpo detta* **massa (inerziale)**. *La seconda legge può anche essere scritta*:

$$F = m \cdot a$$

Da questa espressione si ricava che la forza è una grandezza derivata e che la sua unità di misura è: [F]=[m]·[a]= kg m/s^2 $\rightarrow$ **1 Netwon = 1 kg m/s**^{2}.

La forza totale agente su di un corpo non appoggiato è la forza di gravità. Per cui il corpo accelera con accelerazione pari a $g = a = F_g/m$, da cui otteniamo $F_g = mg$. Quindi la forza di gravità (peso) di un corpo è proporzionale alla sua massa (si ricordi che l'accelerazione g è uguale per tutti i corpi).

Esercizio: calcolare il peso di un corpo di massa $m = 30$ kg.

$$P = mg = (30\,kg) \cdot (10\,m/s^2) = 300\,N$$

Il moto di rotazione di corpi soggetti a momenti di forze è governato da una legge analoga al II Principio (ricavata da esso) e ha proprietà analoghe a quelle del moto di corpi soggetti a forze. Ad esempio, una ruota gira con una velocità angolare crescente se il momento totale agente su di essa è positivo (la costante di proporzionalità tra momento della forza e accelerazione angolare è il momento d'inerzia).

CdL Professioni Sanitarie
A.A. 2012/2013

Esercizi riassuntivi

(1) Una forza F esercita un momento pari a 18 N·m rispetto ad un punto O. Se la forza rimane costante, di quanto si deve variare il braccio per raddoppiare il momento (rispetto allo stesso punto)?

$\tau = F \cdot d$
$\tau^{'} = 2\tau = 2F \cdot d = F(2d) \to d^{'} = 2d$

Il braccio deve raddoppiare.

(2) Un uomo spinge l'estremità di una leva lunga 4 m verticalmente verso il basso con una forza di 180 N. La leva è incernierata al suolo all'altra estremità (fulcro) e forma un angolo di 30 gradi con la direzione orizzontale. Calcolare il momento della forza impressa dall'uomo rispetto al fulcro.

$F = 180\,N$, $l = 4\,m$, $\theta = 60^0$
$d = l \sin\theta = (4\,m)\sin 60^0 = 3.5\,m$
$\tau = F \cdot d = (180\,N)(3.5\,m) = 630\,N \cdot m$

(3) Un infermiere sta pesando con un bilancino una certa quantità di medicinale. Il piatto (sinistro) del bilancino è posto a 5 cm dal punto di sospensione. Sapendo che, applicando all'altro braccio (quello destro) un peso di 0.05 N ad una distanza di 10 cm dal punto di sospensione, il bilancino rimane in equilibrio, quale è il peso del medicinale?

$F_m =?$, $d_m = 5\,cm = 0.05\,m = 5 \times 10^{-2}\,m$
$F_g = 0.05\,N = 5 \times 10^{-2}\,N$, $d_g = 10\,cm = 0.1\,m = 10^{-1}\,m$
$\tau_m = F_m \cdot d_m = F_m(5 \times 10^{-2}\,m)$
$\tau_g = -F_g \cdot d_g = -(5 \times 10^{-2}\,N)(10^{-1}\,m) = -5 \times 10^{-3}\,N \cdot m$
$\tau_m + \tau_g = 0 \rightarrow \tau_m = -\tau_g = 5 \times 10^{-3}\,N \cdot m$
$F_m = \tau_m/(5 \times 10^{-2}\,m) = (5 \times 10^{-3}\,N \cdot m)/(5 \times 10^{-2}\,m) = 10^{-1}\,N$

(4) Un corpo si muove lungo una retta. All'istante $t_0 = 0$, ha velocità $v_0 = 10$ m/s. Esso viene accelerato con accelerazione costante $a =$ 2 m/s^2, avente la stessa direzione e verso della velocità. Qual'è la distanza percorsa dopo un tempo $\Delta t = 3$ s ?

$\Delta x = v_0 \Delta t + (1/2) a \Delta t^2 = (10\, m/s)(3\, s) + 0.5(2\, m/s^2)(3\, s)^2$
$\Delta x = 30\, m + 9\, m = 39\, m$

(5) Una giostra ruota con una velocità angolare di 1 giro/200 s. Quanti giri avrà percorso dopo 5m?

[*Esercizio relativo ad un argomento che non fa parte del programa per il Corso di Laurea in Tecniche di Radiologia*]

$\omega = 1/200\, s^{-1} = 5 \times 10^{-3}\, s^{-1}$, $\Delta t = 5\, m = 300\, s$
$\delta\theta = \omega \Delta t = (5 \times 10^{-3}\, s^{-1})(300\, s) = 1.5$